

第2讲因式分解基本解法（二）

一、十字相乘法

1. 二次项系数是 ± 1

分解因式中的常见题型： $x^2 + (p+q)x + pq$ 型的二次三项式

如果_____可以分解为 p 、 q 的____，并且有_____，

$$\begin{array}{cc} 1 & p \\ & \times \\ 1 & q \end{array}$$

$$1 \cdot p + 1 \cdot q = p + q$$

那么 $x^2 + ax + b = (x + p)(x + q)$. 这就是分解因式的_____ .

【注意】

1. 要做分解的式子是____次____项式 .
2. 如果二次项系数是 -1 ，就把 -1 当作_____提出来（此时各项都要变号），再用十字相乘法继续做因式分解 .
3. 如果所有列出的十字都不满足交叉相乘的结果相等于原式一次项系数，那么这个式子无法在有理数范围内分解 .

 举个“栗”子

 栗子1

1. 分解因式：

(1) $x^2 + 5x + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 分解因式

(1) $x^2 - 7x + 12 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 因式分解： $x^2 - 2x - 8 = \underline{\hspace{2cm}}$.

栗子2

4. 分解因式： $-x^2 - 2x + 8$.

5. 分解因式： $-x + 12 - x^2 =$ _____ .

2. 二次项系数不是 ± 1

一个二次三项式 $ax^2 + bx + c$, 若可以分解, 则一定可以写成 $(a_1x + c_1)(a_2x + c_2)$ 的形式, 它的系数

可以写成 $\begin{array}{cc} a_1 & c_1 \\ & \times \\ a_2 & c_2 \end{array}$, 十字相乘就是用试验的方法找出式子线两端的数, 其实就是分解系数 a, b, c , 使

得： $a_1a_2 = a$, $c_1c_2 = c$, $a_1c_2 + a_2c_1 = b$, 从而 $ax^2 + bx + c = (a_1x + c_1)(a_2x + c_2)$.

栗子3

6. 分解因式：

(1) $3x^2 - 4x + 1 =$ _____ .

7. 分解因式 .

(1) $6x^2 + 7x - 3$.

8. 因式分解： $6x^2 - 7x - 24$.

栗子4

9. 分解因式：

(1) $-6x^2 - 11x + 7$.

10. 因式分解 .

(1) $-12x^2 - 28x + 5$.

栗子5

11. 分解下列因式：

(1) $x^2 + 7xy + 10y^2$.

(2) $x^2 - 10xy - 24y^2$.

(3) $2x^2 - xy - 3y^2$.

(4) $12x^2 + 4xy - y^2$.

栗子6

12. 因式分解：

(1) $3ax^2 + 9ax - 12a =$ _____ .

(2) $-2x^2y + 12xy - 16y =$ _____ .

(3) $x^3 - 8x^2 + 15x =$ _____ .

二、 分组分解法

将一个多项式分为二或三组，各组分别分解后，彼此又有公因式或者可以用公式，这就是分组分解法。

1. 四项式分组

对于四项式，要么“二二”分组，要么“一三”分组。

二二分组：分组后各组分别用_____或_____，最后再_____。

一三分组：“三”一定是_____，“一”一定是_____，最后再用_____。

对于项数较多的多项式，要先观察各个项是否有公因式，如果没有，就观察是否部分项有公因式，以此来对原多项式进行分组；然后对各组再进行观察是否有公因式。

栗子7

13. 因式分解： $am + an + bm + bn =$ _____ .

14. 因式分解： $9x^2 - y^2 - 4y - 4$.

栗子8

15. 因式分解： $x^2 - 4xy + 4y^2 - 1$.

16. 分解因式： $1 - a^2 - b^2 - 2ab$.

栗子9

2. 五项式分组

对于五项式，只能考虑“二三”分组，

“二”：可以用_____或_____分解，“三”：用_____或_____进行分解；
最后再_____ .

栗子10

17. 分解因式： $ac - bc - a^2 + 2ab - b^2$.

18. 分解因式： $x^2 - 2x - 2y^2 + 4y - xy = \underline{\hspace{2cm}}$.